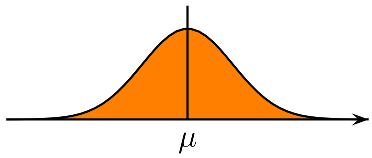
.1 Définition et courbe

Le diagramme en bâtons d'une loi binomiale (de paramètres n, et p) peut être approché par une courbe "en cloche" (quand n est grand et p pas trop voisin de 0 ou 1).

.

Cette courbe est celle d'une nouvelle loi de probabilité appelée LOI NORMALE.



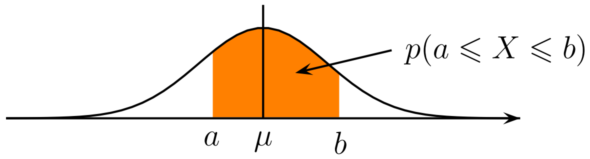
Une loi normale a 2 paramètres :
- μ (*"mu"*) est l'**espérance mathématique** (ou **moyenne**),
- σ (*"sigma"*) est l'**écart type**.

Si une variable aléatoire X suit une loi normale, et si on répète un grand nombre de fois la mesure de X, alors
$\longrightarrow$ **un grand nombre de valeurs se situe autour de l'espérance** μ,
$\longrightarrow$ et **on en trouve de moins en moins en s'éloignant de part et d'autre de l'espérance (la dispersion se mesure avec l'écart-type** σ).

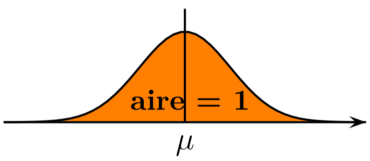
.2 Lien entre la courbe et les probabilités

Propriétés : Soit X une variable aléatoire suivant une loi normale.

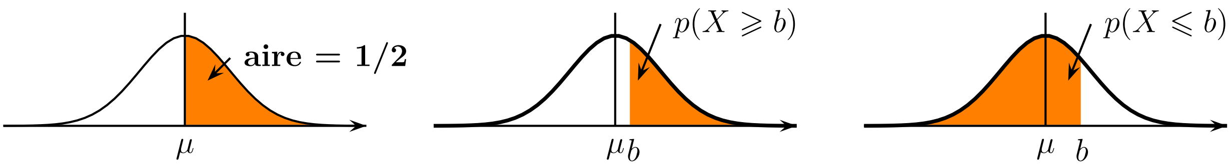
- $p(a \leqslant X \leqslant b)$ est l'aire du domaine coloré. (rappel : $p(a \leqslant X \leqslant b)$ se lit *"probabilité que X soit entre a et b".)*



- **L'aire totale sous la courbe en cloche est égale à 1 et la courbe admet un axe de symétrie.**



- De même, on a les correspondances suivantes entre les aires colorées et les probabilités :



- **TOUS LES RESULTATS des probabilités se trouvent avec la calculatrice :**

T.I	Casio
$\boxed{\text{2nd}}$ $\boxed{\text{DISTR}}$ $\boxed{\text{Normalcdf}}$ ou $\boxed{\text{NormalFreq}}$ Compléter les paramètres dans l'ordre : lower, upper, μ et σ.	$\boxed{\text{MENU}}$ $\boxed{\text{STAT}}$ $\boxed{\text{DIST}}$ $\boxed{\text{NORM}}$ $\boxed{\text{Ncd}}$ Compléter les paramètres : *lower*, *upper*, σ et μ

pour $p(a \leqslant X \leqslant b) \longrightarrow$ *lower* $= a$ et *upper*$= b$.
pour $p(X \leqslant k) \longrightarrow$ *lower* = un nombre très petit, par exemple -4000 et *upper* $= k$
pour $p(X \geqslant k) \longrightarrow$ *lower* $= k$ et *upper* = un nombre très grand, par exemple 4000

.3 Situation Concrète

Une PME fabrique des boules de billard. On note X la variable aléatoire qui, à chaque boule prélevée au hasard dans la production, associe son diamètre (en millimètres).
On suppose que X suit une loi normale d'espérance $61,25$ et d'écart-type $0,2$.

1. (a) Calculer à 10^{-4} près, la probabilité $p(X \leqslant 61)$.

   (b) Dans un lot de 200 boules de billard, à combien peut-on estimer le nombre de boules de diamètre inférieur à 61 millimètres ?

2. (a) Une boule est dite de « premier » choix si son diamètre (en millimètres) appartient à l'intervalle $[61; 61,5]$, sinon elle est dite « de second choix ». Calculer, à 10^{-4} près, la probabilité qu'une boule prélevée au hasard dans la production soit de premier choix.

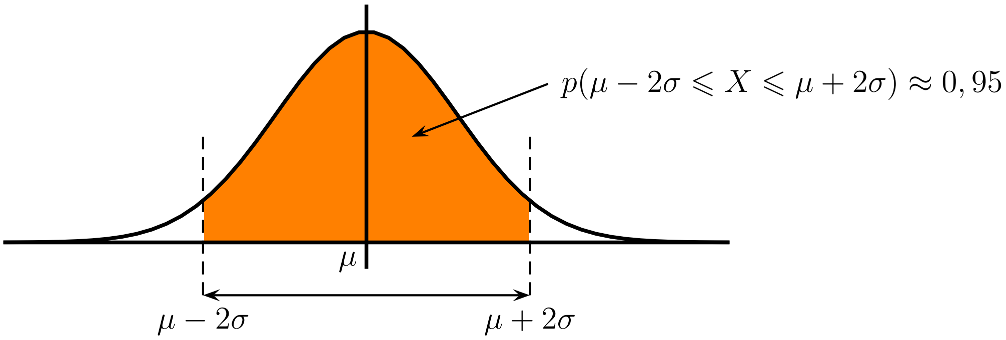
   (b) En déduire la probabilité qu'une boule prélevée au hasard dans la production soit de second choix.

.4 Intervalle de fluctuation 2σ d'une loi normale.

La probabilité de l'événement "$X \in [\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$" vaut environ 0,95.

Environ 95% des valeurs prises par X sont dans l'intervalle $[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$.

L'intervalle $[\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma]$ s'appelle l'intervalle de fluctuation 2σ.



Exemples d'utilisation :

1. Une variable aléatoire X suit une loi normale d'espérance 50 et d'écart-type 0,5. Donner sans utiliser la calculatrice un intervalle qui contient environ 95% des valeurs prises par X.

2. Une variable aléatoire X suit une loi normale d'espérance 100 et d'écart-type 5. Donner sans utiliser la calculatrice la probabilité que X soit dans l'intervalle $[90; 110]$.

3. Une usine fabrique des rondelles. Une rondelle est conforme quand son diamètre (en mm) appartient à l'intervalle $[89,6; 90,4]$. On sait que la probabilité qu'une rondelle prélevée au hasard soit conforme est 0,95.
   On note X la variable aléatoire qui mesure le diamètre d'un rondelle prise au hasard dans la production. X suit une loi normale d'espérance 90 et d'écart-type σ.
   Calculer la valeur de σ.