

Exercice 1**7 points**

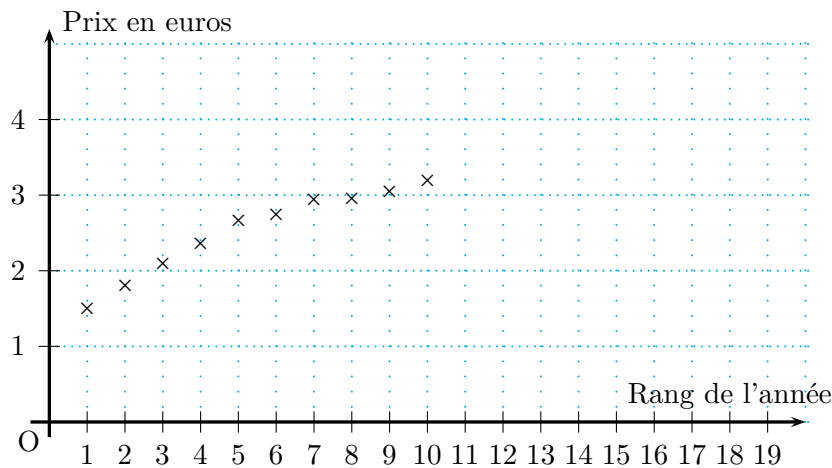
Dans cet exercice, les parties A, B et C sont indépendantes.

Le tableau suivant donne le prix moyen d'un paquet de cigarettes au 1^{er} janvier de chaque année de 1991 à 2000. On sait de plus que, le 1^{er} janvier 2012, le prix moyen d'un paquet de cigarettes était de 6,40 €.

Année	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
Rang de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Prix en euros	1,50	1,81	2,10	2,36	2,67	2,74	2,94	2,96	3,05	3,20

Partie A

On a représenté ci-dessous, dans un repère orthogonal du plan, les données du tableau sous la forme d'un nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ pour i variant de 1 à 10.



Soit les points A de coordonnées $(0 ; 1,53)$ et B de coordonnées $(5,5 ; 2,52)$. On admet que la droite (AB) réalise un bon ajustement affine du nuage de points.

- Justifier qu'une équation de la droite (AB) est $y = 0,18x + 1,53$. (**Leçon 4 : calculatrice**)
- Selon ce modèle d'ajustement, quel est le prix moyen d'un paquet de cigarettes le 1^{er} janvier 2012 ? Que peut-on penser du résultat obtenu ?

Partie B

- Calculer le taux d'évolution global, en pourcentage, du prix moyen d'un paquet de cigarettes entre le 1^{er} janvier 2000 et le 1^{er} janvier 2012.
- En déduire le taux d'évolution annuel moyen du prix moyen d'un paquet de cigarettes entre le 1^{er} janvier 2000 et le 1^{er} janvier 2012. (**Leçon 1**)

On donnera le résultat sous forme d'un pourcentage arrondi à l'unité près.

Partie C

On suppose que le prix moyen d'un paquet de cigarettes augmente de 6% par an à partir du 1^{er} janvier 2000. On note u_n le prix moyen d'un paquet de cigarettes pour l'année $(2000 + n)$.

On a donc $u_0 = 3,20$.

- (a) Calculer u_1 puis u_2 . On arrondira les résultats à 10^{-3} près.
(b) Déterminer et justifier la nature de la suite (u_n) . Préciser sa raison. (**Leçon 2**)

- (c) Exprimer le terme général u_n en fonction de n .
- (d) Selon ce modèle d'évolution, le prix moyen d'un paquet de cigarettes dépasse-t-il 5 € le 1^{er} janvier 2005 ? Justifier. (*Calculatrice : tableau de valeurs*)

2. (*Question facultative*) On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est du type nombre entier
	u est du type nombre réel
	S est du type nombre réel
Début algorithme :	u prend la valeur 3,2
	S prend la valeur 3,2
	Pour n allant de 1 à 4
	Début Pour
	u prend la valeur $u \times 1,06$
	S prend la valeur $S + u$
	Fin Pour
Fin algorithme	
Sortie :	Afficher S

(*algorithmique traité en mai lors des révisions (élèves volontaires)*)

- (a) Quelle est la valeur affichée par cet algorithme ? On arrondira le résultat à 10^{-2} près. On pourra s'aider du tableau fourni en **annexe à rendre avec la copie** pour répondre.
- (b) L'algorithme affiche une valeur lorsqu'il s'achève. Comment interpréter cette valeur par rapport à la suite (u_n) ?
3. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Paul a arrêté de fumer le 1^{er} janvier 2011. Du 1^{er} janvier 2000 au 31 décembre 2010, il fumait 90 paquets de cigarettes par an. Quelle somme d'argent aurait-il pu économiser s'il n'avait pas fumé durant ces années ? On arrondira le résultat au centime d'euro près.

Exercice 2

4 points

On s'intéresse au contrôle technique des véhicules de marques A et B.

En 2013, sur 571 870 véhicules contrôlés, 266 430 sont de marque A et 305 440 de marque B. Pour ces véhicules, soit le contrôle technique est conforme soit il est non conforme.

Pour 8 % des véhicules de marque A, le contrôle technique est non conforme.

Pour 6 % des véhicules de marque B, le contrôle technique est non conforme.

Pour chacun des véhicules contrôlés, une fiche a été établie.

On choisit une de ces fiches au hasard et on note :

A l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule de la marque A »,

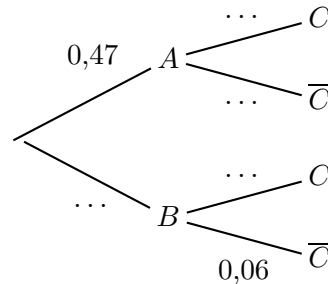
B l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule de la marque B »,

C l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique conforme »,

\overline{C} l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique non conforme ».

Dans cet exercice, on arrondira tous les résultats à 10^{-2} près.

1. (a) Montrer que la probabilité de l'évènement A , notée $p(A)$, arrondie à 10^{-2} près, vaut 0,47.
 (b) Donner la probabilité conditionnelle, notée $p_A(\bar{C})$, de l'évènement \bar{C} sachant que l'évènement A est réalisé. (**Leçon 6**)
2. Recopier et compléter l'arbre de probabilité suivant :



3. (a) Décrire par une phrase l'évènement $C \cap A$.
 (b) Calculer la probabilité $p(C \cap A)$.
4. Justifier que la probabilité de l'évènement C , arrondie à 10^{-2} près, est égale à 0,93. (**Leçon 6**)
5. La fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique conforme, quelle est la probabilité que ce véhicule soit de la marque A ? (**Leçon 6 : formule probabilité conditionnelle**)

Exercice 3

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque question, **une seule des trois réponses proposées est correcte.**

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire aucun point.

1. La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 12 et d'écart-type 2. (**Leçon 9 : calculatrice**)
 La probabilité de l'évènement $\{X \leq 10\}$, notée $P(X \leq 10)$, est égale à :
 - $P(X < 11)$
 - $P(0 \leq X \leq 10)$
 - $P(X < 10)$
2. La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 12 et d'écart-type 2. (**Leçon 9 : calculatrice**)
 La probabilité de l'évènement $\{8 \leq X \leq 16\}$, notée $P(8 \leq X \leq 16)$, vaut, à 10^{-2} près :
 - 0,5
 - 0,95
 - 0,68
3. La variable aléatoire X suit la loi normale d'espérance 12 et d'écart-type 2. (**Leçon 9 : calculatrice**)
 La probabilité de l'évènement $\{8 \leq X \leq 12\}$, notée $P(8 \leq X \leq 12)$, est égale à :
 - $1 - P(X \geq 8)$
 - $0,5 + P(X \geq 8)$
 - $0,5 - P(X \leq 8)$
4. En France, le 1^{er} janvier 2010, 48,7% des foyers possédaient au moins un écran plat de télévision. Une étude s'intéresse à un échantillon de 150 foyers possédant au moins un écran plat de télévision et domiciliés dans une même ville. Un intervalle de fluctuation à au moins 95% de la fréquence de ces foyers possédant un écran plat est : (**Leçon 10**)
 - $[48,6 ; 48,8]$
 - $[0,35 ; 0,52]$
 - $[0,40 ; 0,57]$

Exercice 4**5 points**

Une entreprise fabrique des pièces mécaniques.

Le coût de production C , en euros, de x de ces pièces est donné, pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; 25]$, par

$$C(x) = x^3 - 13,5x^2 + 60x + 1\,000.$$

Chaque pièce est vendue 270 euros.

Un tableur a été utilisé pour calculer les coûts et les recettes qui figurent sur la feuille de calcul donnée en **annexe à rendre avec la copie**.

Dans cette feuille de calcul, deux valeurs ont été effacées.

1. Quel est le coût de production de 2 pièces ?
2. (a) Quelle est la recette pour 2 pièces produites et vendues ?
(b) Donner la formule qui a été saisie dans la cellule C2 puis recopiée vers le bas jusqu'à la cellule C27 pour obtenir la recette selon le nombre de pièces produites et vendues.
3. Pour 5 pièces produites et vendues, l'entreprise fait-elle un gain ? Justifier.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Pour quelles quantités de pièces produites et vendues l'entreprise réalise-t-elle un gain ?

On donnera la réponse sous la forme d'un intervalle.

Pour x appartenant à l'intervalle $[0 ; 25]$, le bénéfice est donné par :

$$B(x) = -x^3 + 13,5x^2 + 210x - 1\,000.$$

5. (a) Calculer $B'(x)$. (**Leçon 5**)
(b) Montrer que, pour $x \in [0 ; 14]$, $B'(x) \geq 0$ et que, pour $x \in [14 ; 25]$, $B'(x) \leq 0$. ((**Leçon 7 : signe de $ax^2 + bx + c$**))
6. Dresser le tableau des variations de la fonction B sur l'intervalle $[0 ; 25]$. (**Leçon 7**)
7. Pour quelle quantité de pièces produites et vendues le bénéfice est-il maximal ?
Quelle est alors la valeur de ce bénéfice ?

Annexe à rendre avec la copie

EXERCICE 1

<i>n</i>		1	2										
<i>u</i>	3,2	3,39											
<i>S</i>	3,2	6,59											

EXERCICE 4

	A	B	C
1	Nombre de pièces	Coût en milliers d'euros	Recette en milliers d'euros
2	0	1 000,0	0
3	1	1 047,5	270
4	2		
5	3	1 085,5	810
6	4	1 088,0	1 080
7	5	1 087,5	1 350
8	6	1 090,0	1 620
9	7	1 101,5	1 890
10	8	1 128,0	2 160
11	9	1 175,5	2 430
12	10	1 250,0	2 700
13	11	1 357,5	2 970
14	12	1 504,0	3 240
15	13	1 695,5	3 510
16	14	1 938,0	3 780
17	15	2 237,5	4 050
18	16	2 600,0	4 320
19	17	3 031,5	4 590
20	18	3 538,0	4 860
21	19	4 125,5	5 130
22	20	4 800,0	5 400
23	21	5 567,5	5 670
24	22	6 434,0	5 940
25	23	7 405,5	6 210
26	24	8 488,0	6 480
27	25	9 687,5	6 750