I Correction

Partie A

Une enquête est réalisée auprès des 1 500 élèves du lycée Bourbaki qui possèdent un téléphone portable afin de connaître le type d'appareil et le type de forfait dont ils disposent.

Il en ressort que :

210 élèves possèdent un *smartphone* et parmi eux 20 % ont un forfait bloqué. 375 élèves ont un forfait non bloqué.

Le tableau est complété :

	Nombre d'élèves ayant un *smartphone*	Nombre d'élèves ayant un autre téléphone	Total
Nombre d'élèves ayant un forfait bloqué	`20% × 210 = 42`	`1125 - 42 = 1083`	`1500 - 375 = 1125`
Nombre d'élèves ayant un forfait non bloqué	`210 - 42 = 168`	`1290 - 1083 = 207`	375
Total	210	`1500 - 210 = 1290`	`1500`

Partie B

On interroge au hasard un élève du lycée Bourbaki et on considère les évènements :

- S : « l'élève interrogé a un *smartphone* »
- B : « l'élève interrogé a un forfait bloqué »

1. *Calculons la probabilité de l'événement B et celle de l'événement S.*

   Il y a 1 125 élèves ayant un forfait bloqué. Par conséquent $p(B) = \dfrac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dfrac{\dots}{\dots} = \dots\dots\dots$

   Il y a 210 élèves ayant un *smartphone*. Par conséquent $p(S) = \dfrac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dfrac{\dots}{\dots} = \dots\dots\dots$

2. *L'élève interrogé a un smartphone.* ....
   Quelle est la probabilité qu'il ait un forfait non bloqué ?

   Calculons la probabilité qu'il ait un forfait non bloqué, c'est-à-dire calculons ....

   $$p_S(\overline{B}) = \frac{\dots\dots\dots\dots}{p(\dots\dots)} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots\dots$$

3. (a) *Décrire par une phrase l'évènement $S \cup B$.*

   L'événement $S \cup B$ est l'événement « ....

   (b) *Calculer la probabilité de l'événement $S \cup B$.*

   Calculons d'abord $p(S \cap B)$. Il y a .... et ....

   Par conséquent $p(S \cap B) = \dfrac{\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$

   $p(S \cup B) = p(S) + p(B) - p(S \cap B) = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots - \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

+
Partie C

On interroge 20 élèves choisis au hasard parmi les 210 ayant un smartphone. On s'intéresse aux élèves ayant un forfait non bloqué. On suppose que l'effectif est suffisamment grand pour que les choix des élèves interrogés soient indépendants les uns des autres.
X compte le nombre de ceux qui ont un forfait non bloqué.

1. Quell est la loi suivie par X ?

   Il y a .... répétitions identiques et indépendantes de l'expérience « . . . . »
   (.... = ...).
   Pour chaque élève, la probabilité d' . . . . (le « succès ») est .... = ...

   Donc on est dans le cadre de la loi .... de paramètres ....

2. *Calculer la probabilité que 14 élèves exactement ont un forfait non bloqué.*

   $p(X = 14) \approx$ .... $\longrightarrow$(calculatrice :. . . . .)

3. *Calculer la probabilité qu'au moins 15 élèves ont un forfait non bloqué.*

   $p(\ldots\ldots\ldots) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \approx$ .... $\longrightarrow$(calculatrice :. . . . .)

II Un QCM sur les probabilités

Cet exercice est un Questionnaire à Choix Multiple (QCM).
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est correcte.

Dans une population, on estime qu'il naît 51 % de garçons et 49 % de filles.

Dans cette même population si le premier enfant d'une famille est une fille, dans 75 % des cas il y a un deuxième enfant. Si le premier enfant est un garçon, il y a un deuxième enfant dans 20 % des cas.
On choisit, au hasard dans cette population, une famille ayant au moins un enfant.
On considère les évènements suivants :
- F : « le premier enfant de cette famille est une fille. »
- D : « cette famille a eu un deuxième enfant. »

1. On a :

   a. $P(D) = 0{,}4695$ **b.** $P(D) = 0,75$ **c.** $P(D) = 0{,}3675$ **d.** $P(D) = 0{,}53025$

2. La probabilité que la famille choisie ait au moins deux enfants et que le premier soit une fille est :

   a. $0{,}1225$ **b.** $0,49$ **c.** $0{,}3675$ **d.** $1,24$

3. On choisit au hasard 5 familles parmi celles qui ont au moins un enfant. 0n appelle Y la variable aléatoire qui donne le nombre de ces familles ayant eu une fille en premier enfant.
   On a alors :

   a. $P(Y = 2) = 10$ **b.** $P(Y = 2) \approx 0,32$ **c.** $P(Y = 2) = 0,98$ **d.** $P(Y = 2) = 0,16$

III Un autre exercice

Un sondage a été effectué auprès de vacanciers sur leurs pratiques sportives pendant leurs congés.
Ce sondage révèle que 45 % des vacanciers fréquentent une salle de sport pendant leurs congés et parmi ceux-ci, 60 % pratiquent la natation.
Parmi les vacanciers qui ne fréquentent pas une salle de sport, 70 % pratiquent la natation.
On choisit un vacancier au hasard. On considère les évènements suivants :

S : « le vacancier choisi fréquente une salle de sport »

N : « le vacancier choisi pratique la natation ».

1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
2. (a) Définir par une phrase l'évènement $S \cap N$.
   (b) Calculer la probabilité de l'évènement $S \cap N$.
3. Montrer que $p(N) = 0,655$.
4. Calculer $p_N(S)$, la probabilité de l'évènement S sachant que l'évènement N est réalisé.
   On arrondira le résultat à 10^{-4} près.
5. On interroge successivement et de façon indépendante quatre vacanciers pris au hasard. Soit X la variable aléatoire qui donne le nombre de ces vacanciers pratiquant la natation pendant leurs congés. Le nombre de vacanciers étant suffisamment grand, on considère que X suit une loi binomiale.
   (a) Préciser les paramètres de cette loi binomiale.
   (b) Calculer la probabilité que deux vacanciers exactement pratiquent la natation pendant leurs congés. On arrondira le résultat à 10^{-4} près.