

I Vrai/Faux

La variable aléatoire X suit une loi normale d'espérance 26,2 et d'écart-type 1,4.

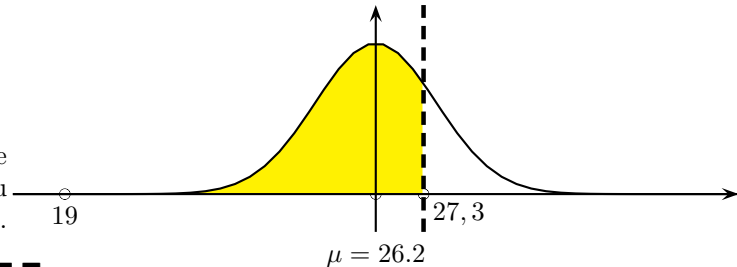
Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses, puis justifier.

1. $p(19 < X < 27,3) \approx 0,78$ à 0,01 près

V F

À la calculatrice, on trouve bien 0,78 à 0,01 près.

remarque : la valeur 19 est « éloignée » de 26,2 car elle est à plus de 5σ ($5 \times 1,4$) de $\mu = 26,2$ alors que l'on a vu qu'environ 95% de l'aire se situe entre $\mu - 2\sigma$ et $\mu + 2\sigma$.

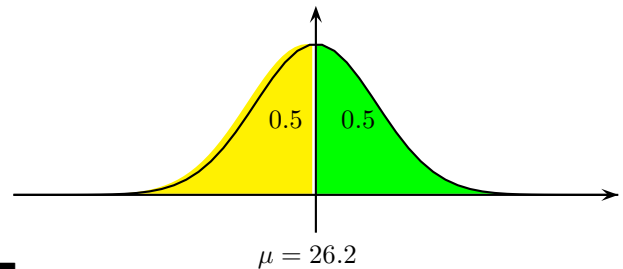


■ ■ ■

2. $p(X < 26,2) = p(X > 26,2) = 0,5$

V F

26,2 est l'espérance et compte-tenu de la symétrie il est normal que l'égalité ait lieu. On peut effectuer le calcul à la machine pour s'en assurer.

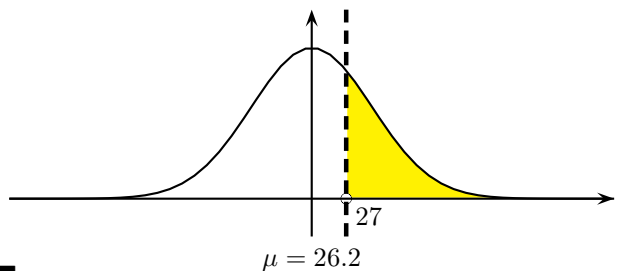


■ ■ ■

3. $p(X > 27) \approx 0,716$ à 0,001 près

V F

La valeur 27 est située à droite de l'espérance μ donc $0 < p(X > 27) < 0,5$. On peut encore s'en assurer à la calculatrice.

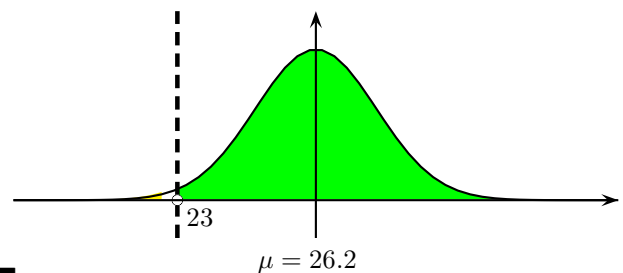


■ ■ ■

4. $p(X < 23) = 1 - p(X > 23)$

V F

Les événements $(X > 23)$ et $(X < 23)$ sont contraires donc $p(X > 23) + p(X < 23) = 1$, d'où la réponse. Cela se vérifie graphiquement avec les aires sous la courbe « cloche » dont la somme est égale à 1.

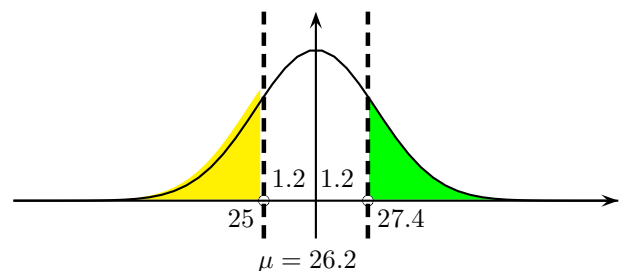


■ ■ ■

5. $p(X < 25) = p(X > 27,4)$

V F

$26,2 - 25 = 1,2$ et $27,4 - 26,2 = 1,2$ donc les deux valeurs 25 et 27,4 sont équidistantes de l'espérance et les aires sous la courbe sont donc égales par symétrie. On peut encore s'en convaincre en utilisant la calculatrice.



II Exercice

Dans une grande chaîne de magasins, on s'intéresse au fonctionnement d'un certain modèle de téléviseur.

Soit Y la variable aléatoire qui, à chaque téléviseur de ce modèle prélevé au hasard dans le stock, associe sa durée de fonctionnement sans panne, en années. On admet que la variable aléatoire Y suit la loi normale d'espérance 6 et d'écart-type 1.

1. Calculer $p(4 \leq Y \leq 8)$. Interpréter ce résultat.
2. Un téléviseur est dit « amorti » si sa durée de fonctionnement sans panne est supérieure à 5 ans.
 - (a) Calculer la probabilité qu'un téléviseur prélevé au hasard dans le stock soit amorti.
 - (b) Parmi 100 téléviseurs, à combien peut-on estimer le nombre de téléviseurs amortis ?