Exercice 1 : Un dresseur de puces possède 1000 puces qu'il fait sauter en cadence entre deux podiums, un petit et un grand.
Il a constaté que :

- parmi les puces placées sur le grand podium, 80% retombent sur place et 20% sur le petit podium.
- parmi les puces placées sur le petit podium, 40% retombent sur place et 60% sur le grand podium.

Au départ, il y a 800 puces sur le petit podium et 200 sur le grand podium

On note respectivement p_n et g_n le nombre de puces sur le petit et sur le grand podium au bout de n sauts.

1. (a) Donner les valeurs de p_0 et g_0
   (b) Montrer que $p_1 = 360$ et $g_1 = 640$.
   (c) Calculer p_2 et g_2.
2. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$\begin{cases} p_{n+1} = & 0.4p_n + 0.2g_n \\ g_{n+1} = & 0.8g_n + 0.6p_n \end{cases} \qquad (1)$$

3. Pour $n \in \mathbb{N}$, on pose $S_n = p_n + g_n$.
   (a) Expliquer à l'aide du contexte pourquoi (S_n) est une suite constante et préciser la valeur de S_n .
   (b) Retrouver ces résultats à l'aide des relations de la question 2.
   (c) En déduire que pour $n \geq 0$,

$$\begin{cases} p_{n+1} = & 0.2p_n + 200 \\ g_{n+1} = & 0.2g_n + 600 \end{cases} \qquad (2)$$

4. Pour $n \in \mathbb{N}$, on pose $w_n = p_n - 250$.
   (a) Prouver que la suite (w_n) est géométrique et donner l'expression de w_n en fonction de n.
   (b) En déduire que $p_n = 250 + 550 \times 0.2^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$, puis donner l'expression de g_n en fonction de n.
   (c) Donner le sens de variation de (p_n) et de (g_n).
5. Au bout de combien de sauts aura-t-on selon ce modèle $p_n \leq 260$?

• ○ • ○ •

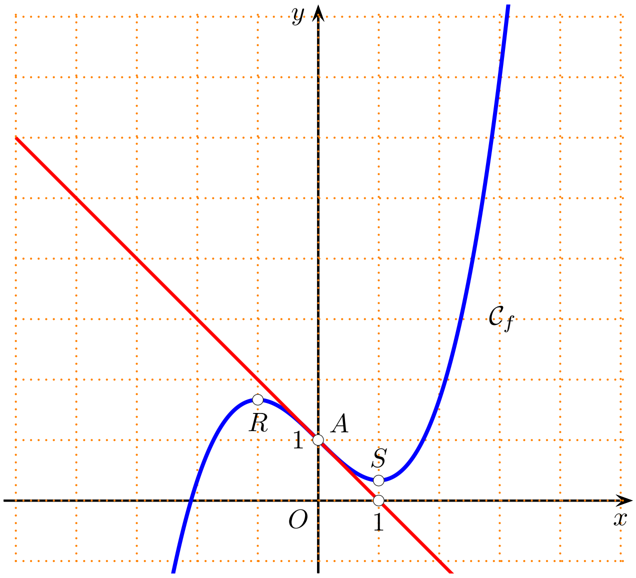
Exercice 2 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = mx^3 + px + q$$

On a placé sur sa courbe représentative les points R, A et S d'abscisses respectives $-1, 0$ et 1.
On a tracé la tangente à la courbe au point A, et on admet que les tangentes en R et S sont parallèles à l'axe des abscisses.

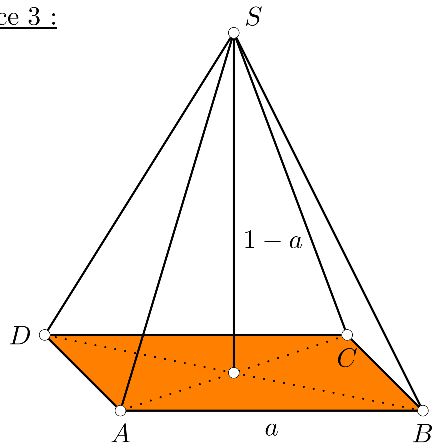
(Voir courbe page suivante)

1. À l'aide des renseignements de l'énoncé et du dessin, déterminer les valeurs des réels m, p et q.
2. Calculer les ordonnées des points R et S.



• ○ • ○ •

Exercice 3 :



On considère une pyramide régulière $SABCD$ à base carrée et un réel $a \in [0;1]$. Le côté de la base mesure a et la hauteur de la pyramide mesure $1-a$.

1. Exprimer, en fonction de a, le volume noté $V(a)$ de la pyramide.
2. Étudier les variations de la fonction V sur l'intervalle $[0;1]$.
3. Montrer que le volume de la pyramide est maximal pour une certaine valeur de a que l'on précisera.

• ○ • ○ •

Exercice 4 :

Dans le plan muni d'un repère, on considère les points

$$A(-4;1),\ B(1;-1),\ C(-2;2) \text{ et } D(-3;3)$$

On note I le milieu du segment $[AB]$ et G le point tel que $\overrightarrow{CG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Le but de cet exercice est de démontrer que les droites (AD), (CI) et (BG) sont concourantes.

1. Justifier que les points A, C et G sont alignés.
2. (a) Démontrer que la droite (IC) a pour équation cartésienne $4x + y + 6 = 0$.
   (b) Déterminer une équation cartésienne de (AD).
   (c) Justifier que les droites (AD) et (CI) sont sécantes en un point K dont on déterminera les coordonnées.
3. Montrer alors que les droites (AD), (CI) et (BG) sont concourantes.

• ○ • ○ •

Exercice 5 : On compte en France métropolitaine environ 9% de personnes souffrant d'une déficience auditive.
On sélectionne 52 personnes au hasard en France métropolitaine pour un sondage au sujet d'un test auditif.
On note X la variable aléatoire égale au nombre de déficients auditifs dans la sélection.

1. Expliquer pourquoi le choix des 52 individus peut être assimilés à un tirage avec remise.
2. Déterminer la loi de probabilité de X.
3. Calculer $P(X = 4)$ et $P(X = 10)$.
4. Quelle est la probabilité pour que la sélection contienne au moins une personne souffrance d'une déficience auditive ?
5. Quelle est la probabilité pour qu'il y en ait au maximum deux ?